Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
CI–2511 Lógica Simbólica
Enero-Marzo 2012

# Práctica 3

1. Suponga que $P$ y $Q$ son dos expresiones booleanas tales que para cualquier estado de las variables de $P$ o $Q$, los valores de verdad de $P$ son iguales a los valores de verdad de $Q$. Qué se puede decir sobre los valores de verdad de la expresión $P_D{=}Q_D$. Justifique su respuesta.

2. Es la siguiente expresión Booleana una tautología, una contingencia o una expresión no satisfacible? Qué puede decir de su expresión dual? En ambos casos, justifique su respuesta. Valor 4 ptos.

$$(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p) \Leftarrow p \vee (\neg t \wedge x) \vee (u \not\equiv v)$$

3. A continuación se presentan encerradas en un rectángulo, aplicaciones de la regla de inferencia de Leibniz. Usted debe indicar en cada caso, si la aplicación de la regla fue correcta y en caso contrario, enumerar **TODOS** los errores que se cometieron.

*a)*
$$\boxed{\begin{array}{l} \neg\neg p \equiv p \\ \equiv \quad \left\langle \begin{array}{l} (3.11)\ \neg p \equiv q \equiv p \equiv \neg q \text{ con } p,q := \neg p, p \\ X: \neg\neg p \equiv p,\ \ Y: \neg p \equiv \neg p,\ \ E: z \end{array} \right\rangle \\ \neg p \equiv \neg p \end{array}}$$

*b)*
$$\boxed{\begin{array}{l} \neg(p \equiv q) \equiv \neg(q \equiv p) \\ \equiv \quad \left\langle \begin{array}{l} (3.2)\ \text{Sim} \equiv\text{:}\ p \equiv q \equiv q \equiv p \text{ con } p,q := q,p \\ X: q \equiv p,\ \ Y: p \equiv q,\ \ E: \neg(p \equiv q) \equiv z \end{array} \right\rangle \\ \neg(p \equiv q) \equiv \neg(p \equiv q) \end{array}}$$

*c)*
$$\boxed{\begin{array}{l} (x \vee v) \wedge \neg z \equiv \neg z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \\ \equiv \quad \left\langle \begin{array}{l} (3.3)\ \text{Identidad} \equiv\text{:}\ \mathit{true} \equiv q \equiv q \text{ con } q := \neg z, \\ X: \neg z \equiv \neg z,\ \ Y: \mathit{true},\ \ E: (x \vee v) \wedge z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \end{array} \right\rangle \\ (x \vee v) \wedge \mathit{true} \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \end{array}}$$

*d)*
$$\boxed{\begin{array}{l} \neg(p \wedge q) \equiv p \wedge q \equiv \neg q \equiv p \\ \equiv \quad \left\langle \begin{array}{l} (3.15)\ \neg p \equiv p \equiv \mathit{false} \text{ con } p := p \wedge q \\ X: \neg(p \wedge q) \equiv p \wedge q,\ \ Y: \mathit{false},\ \ E: z \equiv \neg q \equiv p \end{array} \right\rangle \\ \mathit{false} \equiv \neg q \equiv p \end{array}}$$

4. Demostrar los teoremas del capítulo 3 del Gries, desde el 3.4 hasta el 3.55.

5. Haciendo uso únicamente de los axiomas de las secciones 3.2, 3.3 y 3.4 del Gries, demuestre los siguientes teoremas:

   *a)* $(\neg p \not\equiv false) \not\equiv (true \equiv p)$

   *b)* $\neg(true \equiv (q \not\equiv p \not\equiv r)) \equiv (q \equiv p \not\equiv r)$

   *c)* $\neg(\neg(true \not\equiv (q \vee r)) \not\equiv (false \not\equiv (r \vee q)))$

6. Demuestre que las siguientes expresiones son teoremas. En cada justificación, incluya el teorema, la sustitución textual aplicada al mismo, y la información que describe a la regla de Leibniz aplicada en dicho paso, es decir, especifique X, Y y E . Además, toda aplicación de asociatividad y simetría debe hacerse de manera explícita.

   *a)* $p \vee (\neg q \equiv q \equiv \neg p) \equiv p$

   *b)* $p \vee \neg(q \not\equiv q) \equiv (p \equiv q) \vee (q \equiv p) \not\equiv (p \vee q) \vee (r \not\equiv s) \equiv p \vee (q \vee (r \not\equiv s)) \equiv (p \not\equiv q)$

   *c)* $\neg true \vee \neg(q \vee p) \equiv p \vee \neg(q \equiv r) \not\equiv ((r \equiv false) \vee p) \vee false$

   *d)* $(s \not\equiv w \equiv false) \vee (p \vee r) \equiv r \vee (s \vee p) \not\equiv p \vee w) \equiv r \equiv true \vee p$

   *e)* $\neg((p \not\equiv r) \vee s \equiv w \vee s) \vee (\neg(s \vee w) \equiv (r \equiv \neg p)) \equiv \neg p \vee s \not\equiv w \vee s \not\equiv s \vee p$

   *f)* $p \not\equiv q \equiv q \vee p \equiv \neg p \vee \neg q$

   *g)* $(p \vee q \vee r \equiv p \vee r) \vee p \vee (p \equiv q) \vee r \equiv r \vee p \vee \neg q$

   *h)* $(y \not\equiv \neg x \wedge y) \equiv \neg(\neg x \vee (x \equiv x \wedge \neg y \equiv x \vee \neg y))$

   *i)* $(\neg p \equiv q \equiv r) \equiv (p \equiv q \equiv \neg r)$

   *j)* $(x \vee v) \wedge \neg z \equiv \neg z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \wedge v \equiv \neg z \wedge x$

   *k)* $(\neg p \vee s) \wedge (\neg q \equiv \neg r) \equiv (q \wedge \neg p) \vee (s \wedge q) \equiv r \wedge \neg(p \wedge \neg s) \equiv \neg(p \wedge \neg s)$

   *l)* $p \equiv (p \not\equiv r) \vee (q \vee s) \equiv (s \wedge q) \wedge (\neg p \equiv \neg r) \equiv r$